Cahier de vacances de $3^{ème}/2^{nde}$

Mathématiques

Eté 2024

Pour réussir sereinement son passage au lycée, l'ancien.ne collégien.ne doit adapter sa façon de travailler aux exigences attendues : le travail personnel quotidien est essentiel et il lui sera demandé un plus grand degré d'autonomie.

- Ce livret d'exercices a été réalisé dans cet esprit conjointement par les enseignant.e.s des collèges et du lycée de Suresnes. Il reprend le programme de la $3^{ème}$ et permet un entraînement pour aborder la classe de 2^{nde} dans les meilleures conditions.
- Toutes les réponses seront rédigées dans ce cahier.
- La partie 1 (exercices de 1 à 7) doit être traitée en autocorrection pendant les vacances d'été. Une correction sera disponible en août sur les sites du lycée et des différents collèges de Suresnes.
- La partie 2 (exercices 8 et 9) doit être effectuée pour la rentrée de septembre et fera l'objet d'un **ramassage** lors de votre première semaine de cours en 2^{nde} et pourra engendrer une note.
- Une évaluation des acquis de $3^{ème}$ en mathématiques est également envisageable.

Partie 1 : Calculs numérique et littéral

Exercices à traiter en autocorrection et sans calculatrice.

Définition : Une fraction est sous forme irréductible (ou simplifiée) lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas de diviseur commun.

Règles de calcul :

- Addition/soustraction : mettre au même dénominateur et additionner ou soustraire les numérateurs.

- Multiplication : multiplier les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble.

- Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Astuce : Il est plus facile de comparer des fractions lorsqu'elles ont le même dénominateur.

Exercice 1 : Parmi les fractions suivantes : $\frac{14}{21}$; $\frac{9}{21}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{24}{56}$.

1) Quelles sont celles que l'on peut simplifier ? Pourquoi ?

____

____

____

____

2) Lesquelles sont supérieures à $\frac{1}{2}$?

____

____

Exercice 2 :

1) Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
   a) $A = \frac{15}{2} \times \frac{-4}{3} =$ ______________________
   b) $B = \frac{15}{2} - \frac{4}{3} =$ ______________________
   c) $C = \frac{5}{0,2} =$ ______________________
   d) $D = \frac{3}{0,5} =$ ______________________
2) Calculer :
   a) $E = (2 \times 10^4)^2 =$ ______________________
   b) $F = (-3 \times 10^{-2})^2 =$ ______________________
   c) $G = \left(\frac{14}{7}\right)^3 \times \frac{1}{4} =$ ______________________
   d) $H = \left(\frac{27}{3^2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$ ______________________
3) Calculer :
   a) Le double du carré de -3 : ______________________
   b) Le carré du double de -3 : ______________________

<u>Méthodes :</u>

- Lorsqu'on a une expression littérale, il est possible d'obtenir une valeur chiffrée en remplaçant x par une valeur donnée.

- Pour développer une expression, on utilise la distributivité.

<u>Exemple :</u> $(2x-1)(4x-6) = 2x \times 4x + 2x \times (-6) - 1 \times 4x - 1 \times (-6) = 8x^2 - 12x - 4x + 6$
$= 8x^2 - 16x + 6$

- Pour factoriser, on cherche les facteurs communs.

<u>Exemple :</u> $5x^2 - 15x + 20 = 5 \times x^2 - 5 \times 3x + 5 \times 4 = 5 \times (x^2 - 3x + 4)$

- On pourra également utiliser des identités remarquables, qui sont au nombre de trois :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

<u>Exercice 3 :</u> Calculer.

1) $2x^2$ pour $x = 4$ puis pour $x = -3$

____

____

2) $(6x+1)$ pour $x = \frac{1}{2}$ puis pour $x = \frac{-1}{5}$

____

____

3) x^2 pour $x = \frac{2}{3}$ puis pour $x = \frac{4}{5}$

____

____

<u>Exercice 4 :</u>

Développer, réduire et ordonner les expressions littérales suivantes.

a) $(4x-1)(4x+1) =$ ____

____

____

b) $(3+2x)^2 =$ ____

____

____

c) $3a(5-2a) =$ ____

____

____

d) $(y+2)(5y-3) =$ ____

____

____

e) $(1-2a)^2 =$ ____

____

____

f) $(x^2-2)(x^2+2) =$ ____

____

____

Exercice 5 : Factoriser au maximum les expressions littérales suivantes :

1) $9x+6 =$ ____
2) $4x^2-25 =$ ____
3) $9x^2+6x+1 =$ ____
4) $3a^2-5a =$ ____
5) $y^3-y =$ ____
6) $(x+1)^2+4(x+1) =$ ____

<u>Méthode de résolution d'une équation du premier degré :</u> Attention, on ne divise jamais par zéro.

- On regroupe les termes contenant l'inconnue dans un même membre et on réduit.

- On regroupe les termes sans inconnue dans l'autre membre et on réduit.

- On divise chaque membre de l'égalité par le coefficient de x.

<u>Exemple :</u>

$$\begin{aligned} & & -3x - 7 &= 5 & & \\ & -(-7) = +7 & & & & -(-7) = +7 \\ & & -3x &= 5 + 7 = 12 & & \\ & \div(-3) & & & & \div(-3) \\ & & x &= \frac{12}{-3} = -4 & & \end{aligned}$$

<u>Méthode de vérification d'une solution :</u> Un nombre est solution d'une équation si, lorsqu'on remplace x par cette valeur, on obtient le même nombre des deux côtés de l'égalité (ATTENTION, les calculs doivent être réalisés séparément). Si on obtient des résultats différents, la valeur donnée n'est pas solution.

<u>Astuce :</u> Un produit est nul (c'est-à-dire égal à zéro) si, et seulement si, au moins l'un de ses facteurs est nul.

<u>Exercice 6 :</u>

1) Donner les solutions, si elles existent, des équations suivantes.

   a) $3x = 15$

   b) $3 - x = 15$

   c) $3x = 0$

   d) $\frac{1}{3}x + 7 = 0$

   e) $x^2 + 5x = 0$

   f) $(2x - 1)(x + 4) = 0$

2) -2 est-il solution de l'équation $x^2 - 3x - 2 = 0$? Justifier la réponse.

3) Résoudre les équations suivantes en utilisant une factorisation bien choisie.

   a) $3x(2x+1)+(x-1)(2x+1)=0$

____

____

   b) $(x+1)^2-2(x+1)=0$

____

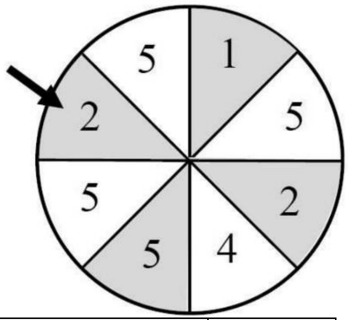
____

Exercice 7 : Questionnaire à choix multiples

- Il n'y a qu'une unique bonne réponse proposée à chaque ligne.
- Recopier la lettre correspondant à votre réponse dans la dernière colonne.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_1	Le triangle MNP est rectangle en P. On a …	$MN^2+PN^2=MP^2$	$MN^2=PM^2+PN^2$	$MN^2+PM^2=PN^2$	
Q_2	IJK est un triangle rectangle en I avec $IJ=4$ cm et $JK=6$ cm. Le côté $[IK]$ mesure …	$2\sqrt{5}$ cm	2 cm	$2\sqrt{13}$ cm	
Q_3	On augmente 720 de 15 %. On calcule …	$0{,}15\times 720$	$1{,}15\times 720$	$1{,}15+720$	
Q_4	On prend 20 % de 360. On obtient alors …	72	288	432	
Q_5	On diminue 420 de 32 %. On obtient alors …	134,4	285,6	554,4	

Pour la suite des questions, on se place dans la situation suivante.



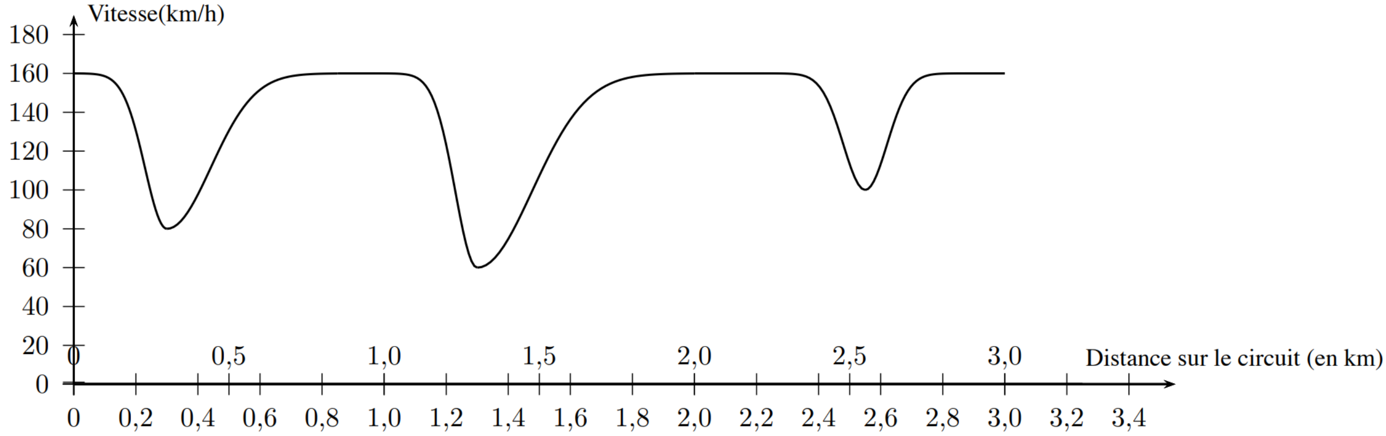
- On fait tourner la roue de loterie représentée ci-contre.
- La roue est partagée en secteurs de même aire.
- Une fois lancée, la roue s'arrête de façon aléatoire sur un secteur unique indiqué par la flèche noire.
- A la fin du lancer, on relève le numéro marqué sur le secteur indiqué par la flèche noire.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_6	La probabilité d'obtenir le numéro 4 est …	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{8}$	
Q_7	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre pair est …	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{8}$	
Q_8	La probabilité d'obtenir le numéro 6 est …	0 %	6 %	100 %	
Q_9	La probabilité de ne pas obtenir le numéro 3 est …	0	0,8	1	
Q_{10}	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre inférieur ou égal à 4 est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	

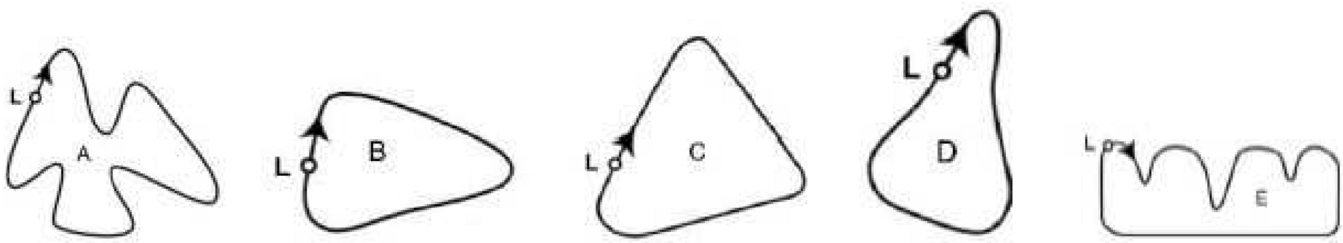
Partie 2 : Fonctions

La calculatrice est autorisée pour cette partie.

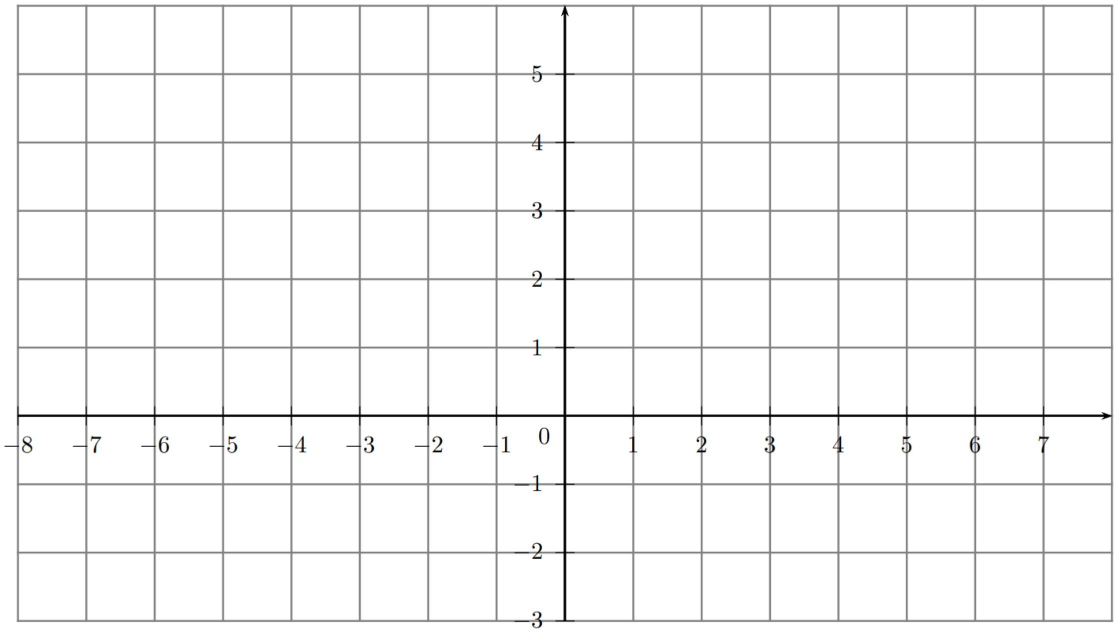
Exercice 8 : Le graphique ci-dessous présente les variations de vitesse d'une voiture de course sur un circuit plat de 3 km au cours du deuxième tour. Pour chaque question, cocher la bonne réponse.



1) A quelle distance approximative de la ligne de départ se situe le début de la plus longue ligne droite du circuit ?
   - ☐ A 0,5 km.
   - ☐ A 1,5 km.
   - ☐ A 2,3 km.
   - ☐ A 2,6 km.
2) Où a-t-on enregistré la vitesse la plus basse au cours du second tour ?
   - ☐ A la ligne de départ.
   - ☐ A environ 0,8 km.
   - ☐ A environ 1,3 km.
   - ☐ A mi-parcours du circuit.
3) Que pouvez-vous dire de la vitesse de la voiture entre les bornes de 2,6 km et 2,8 km ?
   - ☐ La vitesse de la voiture est constante.
   - ☐ La vitesse de la voiture augmente.
   - ☐ La vitesse de la voiture diminue.
   - ☐ La vitesse de la voiture ne peut pas être déterminée à partir du graphique.
4) Voici le tracé de cinq circuits. Sur lequel de ces circuits la voiture roulait-elle lors de l'enregistrement du graphique de vitesse présenté au début de l'exercice (L désigne la ligne de départ) ? Entourer votre réponse.



Exercice 9 : Les constructions se feront dans le repère ci-dessous.



1) Soit la fonction f définie par $f(x) = -3x + 5$.
   a) Comment appelle-t-on ce type de fonction ?
   b) Calculer l'image par la fonction f de -2 et de 7.
   c) Construire la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f à l'aide de deux points de $\mathcal{C}_f$.
   d) Déterminer, en résolvant l'équation $-3x + 5 = 6$, l'antécédent de 6 par f. Placer le point correspondant sur le graphique.
   e) Déterminer (par le calcul) l'antécédent de -2 de f. Vérifier avec le graphique.

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x$.
   a) Comment appelle-t-on ce type de fonction ?
   b) Construire la représentation graphique $\mathcal{C}_g$ de g dans le repère précédent en utilisant une autre couleur.
   c) Lire sur le graphique les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
   d) Retrouver par le calcul la réponse à la question précédente.