# Correction du devoir de vacances :

## Calcul numérique

***Ex 1*** : Pour déterminer le signe des produits données, complète avec des nombres et les mots « positif, négatif, pair, impair.

a) Dans le produit $(-1) \times 2 \times (-3) \times (-4) \times (-5)$, il y a ...4...... facteurs négatifs. , ce nombre étant .pair.. alors ce produit est positif...
b) Dans le produit $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5)$, il y a ...5....... facteurs .négatifs. , ce nombre étant impair alors ce produit est .négatif.
c) Dans le produit $(-1) \times 2 \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times 6$, il y a ....4...... facteurs .négatifs. , ce nombre étant pair... alors ce produit est positif...
d) $(-1) \times 2 \times (-3) \times 0 \times (-4) \times 5 =$ .....0........

***Ex 2*** : Complète chacune des cases sachant que chaque nombre est la somme des nombres se trouvant juste dans les deux cases en dessous.

| | | | |
|---|---|---|---|
| -12,2 | | | |
| -0,1 | -12,1 | | |
| 1,8 | -1,9 | -10,2 | |
| - 1,2 | 3 | - 4,9 | - 5,3 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10,1 | | | |
| 10,2 | -0,1 | | |
| 7,2 | 3 | - 3,1 | |
| 6,3 | 0,9 | 2,1 | - 5,2 |

***Ex 3*** : Effectue les produits ou quotients suivants sans poser les opérations et sans calculatrice

| | |
|---|---|
| 3 × (- 9) = -18 | (- 9 ) × (- 4) = 36 |
| - 4 : 8 = -0,5 | 10 × 10 = 100 |
| 23 × (- 1) = -23 | (- 6) × (- 8) = 48 |

| | |
|---|---|
| 0 × (- 79) = 0 | (- 25) × 4 = -100 |
| - 80 × (- 200) = 16 000 | 10 : (- 10) = -1 |
| 170 × (- 50) = -8 500 | - 100 × 21 = -2 100 |

***Ex 4*** : Effectue chaque calcul du tableau, puis range les nombres obtenus dans l'ordre croissant.
Remplace alors chaque nombre par la lettre correspondante : quelle phrase obtient-on ?

| Calcul | | Lettre |
|---|---|---|
| - 8 + ( - 4) = | -12 | S |
| - 7 × ( - 3) = | 21 | O |
| 18 : ( - 6) = | -3 | N |
| 7 – 5 = | 2 | H |
| 5 × ( - 2) = | -10 | U |
| -8 – 9 = | -17 | E |
| -16 : 4 = | -4 | U |
| -4 × ( - 5) = | 20 | I |
| -2 × ( - 5) × 1 × ( - 3) × 2 = | -60 | J |
| -2 – 5 + 1– 3 + 2 = | -7 | I |
| -3 + 4 × 8 = | 29 | N |
| 7 + 6 × ( - 2) = | -5 | S |
| ( -200 – 70) : ( - 30) = | 9 | M |
| $-10 + 4^2 =$ | 6 | A |
| $38 – 5^2 =$ | 13 | P |
| $(- 3)^2 - 5 \times 3 + 4 =$ | -2 | C |

JE SUIS UN CHAMPION

## Exo 5 :

$A = \frac{8}{5} + \frac{7}{5} \times \frac{3}{5}$

$= \frac{8^{\times 5}}{5_{\times 5}} + \frac{21}{25}$

$= \frac{40+21}{25}$

$= \frac{61}{25}$

$B = \frac{53}{30} - \left(\frac{6}{10} + \frac{8}{10}\right)$

$= \frac{53}{30} - \frac{14^{\times 3}}{10_{\times 3}}$

$= \frac{53-42}{30}$

$= \frac{11}{30}$

$C = \frac{7}{6} \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{49}{12} - \frac{3^{\times 6}}{2_{\times 6}}$

$= \frac{49-18}{12}$

$= \frac{31}{12}$

$D = \frac{9}{2} \times \left(\frac{3^{\times 3}}{12_{\times 3}} - \frac{4^{\times 2}}{18_{\times 2}}\right)$

$= \frac{9}{2} \times \left(\frac{9-8}{36}\right)$

$= \frac{9}{2} \times \frac{1}{36} = \frac{9}{2 \times 4 \times 9} = \frac{1}{8}$

$E = \dfrac{\frac{5^{\times 3}}{3_{\times 3}} - \frac{7}{9}}{\frac{1}{4} - \frac{1^{\times 2}}{2_{\times 2}}}$

$= \dfrac{\frac{15-7}{9}}{\frac{-1}{4}}$

$= \frac{8}{9} : \frac{-1}{4} = \frac{8}{9} \times \frac{4}{-1} = -\frac{32}{9}$

## Exo 6 :

**pb1 :** $\frac{1}{3} \times 117 = \frac{117}{3} = 39$, Owen a 39 billes.

$117 - 39 = 78$, il reste 78 billes

$\frac{1}{2} \times 78 = 39$. Ben recupère 39 billes

**pb2 :** $\frac{3}{4} \times 1h = 3 \times \left(\frac{1}{4} \times 1h\right) = 3 \times 15^{min} = 45\,min$.

$45\,min = 45 \times 60\,s = 2700\,s$.

# Puissances

## Ex 1 :

a/ $A = 2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

$B = 10^5 \times 10^{-3} = 10^{5-3} = 10^2$

$C = \dfrac{2^3}{2^{-5}} = 2^3 \times 2^{+5} = 2^{3+5} = 2^8$

$D = (2^3)^3 = 2^{3\times 3} = 2^9$.

b/ $6540 = 654 \times 10^3$

$23{,}45 = 2{,}345 \times 10^1 = 2{,}345 \times 10$

$0{,}001 = 1 \times 10^{-3} = 10^{-3}$

$0{,}056 \times 10^{11} = 5{,}6 \times 10^{-2} \times 10^{11} = 5{,}6 \times 10^{-2+11}$

$= 5{,}6 \times 10^9$

$1234{,}56 \times 10^{-12} = 1{,}23456 \times 10^{+3} \times 10^{-12}$

$= 1{,}23456 \times 10^{+3-12}$

$= 1{,}23456 \times 10^{-9}$

Ex2 :

1/ On a $1\,m^3 = 1000\,L$

Il y'a donc 1000 L dans un mètre cube.

2/ Le prix à payer est proportionnel à la quantité (volume) d'eau consommée.

$:1000$ $\quad 1\,m^3 = 1000\,L \longrightarrow 2{,}30\,€ \quad : 1000$

$\quad 1\,L \longrightarrow ?$

Le prix d'un litre est de 0,0023 €.

3/ $\times 50$ $\quad 1\,L \longrightarrow 0{,}0023\,€ \quad \times 50$

$\quad 50\,L \longrightarrow ?$

Une douche de 50 L coûte : 0,115 €.

4/ $150 \times 0{,}0023 = 0{,}345\,€$

Un bain de 150 L d'eau coûte 0,345 €.

5/ $150 = 3 \times 50$

Un bain consomme 3 fois plus donc il est 3 fois plus cher qu'une douche.

Soit une ~~baisse~~ économie de $\frac{1}{3}$ donc : $-33{,}3\,\%$.

6/ $1\,m^3$ coûte 2,30 € donc $32\,m^3$ coûtent

$32 \times 2{,}30 = 73{,}6$ soit 73,6 €.

# Proportionnalité

## Ex1 :

×60

| | | |
|---|---|---|
| 35 | 1 | 60 |
| 21 | 0,6 | 36 |

×0,6

$\frac{21}{35} = \frac{3}{5} = 0,6$

$1 \times 0,6 = 0,6$

$0,6 \times 60 = 36$

$4 + 30 = 34$

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 30 | 34 |
| 9 | 67,5 | 76,5 |

$9 + 67,5 = 76,5$

| | |
|---|---|
| 1,5 | 5 |
| 1,62 | 5,4 |

$\frac{5 \times 1,62}{1,5} = 5,4$

## Ex2 :

1/ Les deux grandeurs qui interviennent sur ce graphique sont : La consommation (en L) et la distance (en km).

2/ Oui, la consommation du carburant est proportionnelle à la distance parcourue, car d'après la représentation graphique, les points sont sur une droite passant par l'origine.

3) Pour 1000 Km, la consommation de carburant est de 60L. (Par lecture graphique).

4/ $1000 \times 2 = 2000$ Km

$60 \times 2 = 120$ L

Pour 2000 Km, la consommation est de 120L.

# Calcul algébrique.

## Ex 1

### Factoriser

$A = 4x + 4y$
$= 4 \times x + 4 \times y$
$= 4 \times (x+y)$
$= 4(x+y)$

$B = x^2 + 2x$
$= x \times x + 2 \times x$
$= x \times (x+2)$
$= x(x+2)$

$C = 3x + 27x^2$
$= 3 \times x \times 1 + 9 \times 3 \times x \times x$
$= 3x \times (1 + 9 \times x)$
$= 3x(1+9x)$

### Supprimer les parenthèses.

$D = 3x - (2y+7)$
$= 3x - 2y - 7.$

$E = -6 + (7xy - x^2)$
$= -6 + 7xy - x^2$

$F = 9w - (-5+x)$
$= 9w + 5 - x$
$= 9w - x + 5$

$G = 8 + (-7x - x^2)$
$= 8 - 7x - x^2$

### Simplifier :

$H = 3x + 7x - 4x$
$= 10x - 4x$
$= 6x$

$I = x^2 + 6x^2 - 5x^2$
$= 7x^2 - 5x^2$
$= 2x^2$

$J = 5y + 7 - y^2 + 8 - 6y + 4y^2 - 5y$
$= -y^2 + 4y^2 + 5y - 6y - 5y + 7 + 8$
$= 3y^2 - 6y + 15$

$K = 6x - (-2x - 8) + 7x^2 + (-x^2 + 3x) - 7$
$= 6x + 2x + 8 + 7x^2 - x^2 + 3x - 7$
$= 7x^2 - x^2 + 6x + 2x + 3x + 8 - 7$
$= 6x^2 + 11x + 1$

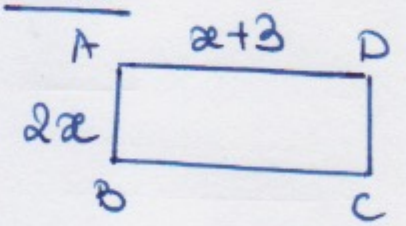
Développer et réduire :

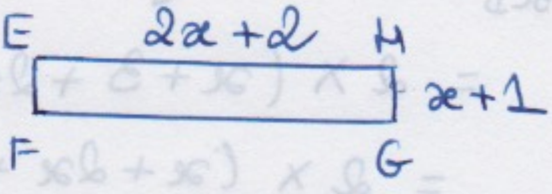
$L = (4x + 3)(5 - x)$
$= 4x \times 5 + 4x \times (-x) + 3 \times 5 + 3 \times (-x)$
$= 20x - 4x^2 + 15 - 3x$
$= -4x^2 + 20x - 3x + 15$
$= -4x^2 + 17x + 15.$

$M = 5 \times (2x + 1) - 10x + 3$
$= 5 \times 2x + 5 \times 1 - 10x + 3$
$= 10x + 5 - 10x + 3$
$= 10x - 10x + 5 + 3$
$= 0 + 8 = 8$

$O = (x + 5)(3x + 2)$
$= x \times 3x + x \times 2 + 5 \times 3x + 5 \times 2$
$= 3x^2 + 2x + 15x + 10$
$= 3x^2 + 17x + 10.$

Ex2:




1a/ Pour $x=4$:

**Rectangle ABCD:**

$AD = BC = x+3$
$= 4+3$
$= 7\,cm$

$AB = DC = 2x$
$= 2\times 4$
$= 8\,cm$

La longueur du rectangle ABCD est 8cm et sa largeur 7cm.

**Rectangle EFGH:**

$EH = FG = 2x+2$
$= 2\times 4+2$
$= 10\,cm$

$EF = HG = x+1$
$= 4+1$
$= 5\,cm$

La longueur du rectangle EFGH est 10cm et sa largeur 5cm.

b/ $\mathcal{A}_{ABCD} = \text{longueur} \times \text{largeur}$
$= 7\times 8 = 56\,cm^2$

$\mathcal{A}_{EFGH} = \text{longueur} \times \text{largeur}$
$= 10\times 5$
$= 50\,cm^2$.

$56\,cm^2 \neq 50\,cm^2$, les deux rectangles n'ont pas la même aire pour $x=4\,cm$.

c/ $P_{ABCD} = 2\times(\text{longueur}+\text{largeur})$
$= 2\times(8+7)$
$= 2\times 15$
$= 30\,cm$.

$P_{EFGH} = 2\times(\text{longueur}+\text{largeur})$
$= 2\times(10+5)$
$= 2\times 15 = 30\,cm$.

Les deux rectangles ont le même périmètre pour

2a/ $\mathcal{P}_{ABCD} = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$

$= 2 \times (x + 3 + 2x)$

$= 2 \times (x + 2x + 3)$

$= 2 \times (3x + 3)$

$= 2 \times 3x + 2 \times 3$

$\mathcal{P}_{ABCD} = 6x + 6$

$\mathcal{P}_{EFGH} = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$

$= 2 \times (2x + 2 + x + 1)$

$= 2 \times (2x + x + 2 + 1)$

$= 2 \times (3x + 3)$

$= 2 \times 3x + 2 \times 3$

$\mathcal{P}_{EFGH} = 6x + 6$

On a : $\mathcal{P}_{ABCD} = \mathcal{P}_{EFGH}$ pour n'importe quelle valeur de $x$, donc les deux rectangles ont le même périmètre pour n'importe quelle valeur de $x$.

Equations:

Ex 1:

$$3x+2 = x+6$$
$$3x+2-2 = x+6-2$$
$$3x-x = x+4-x$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$
$$x = 2$$

$$4z-2 = 7z+4$$
$$4z-2+2 = 7z+4+2$$
$$4z-7z = 7z+6-7z$$
$$\frac{-3z}{-3} = \frac{6}{-3}$$
$$z = -2$$

$$2(p-3) = 4+(p-1)$$
$$2\times p+2\times(-3) = 4+p-1$$
$$2p-6 = p+3$$
$$2p-6+6 = p+3+6$$
$$2p-p = p+9-p$$
$$p = 9$$

$$4-(3y+1) = 3(y+5$$
$$4-3y-1 = 3\times y+3\times 5$$
$$4-1-3y = 3y+15$$
$$3-3y = 3y+15$$
$$3-3y-3 = 3y+15-3$$
$$-3y = 3y+12$$
$$-3y-3y = 3y+12-3y$$
$$\frac{-6y}{-6} = \frac{12}{-6}$$
$$y = -2$$

$$25a - 12 = 3 + 20a$$

$$25a - 12 + 12 = 3 + 20a + 12$$

$$25a = 20a + 15$$

$$25a - 20a = 20a + 15 - 20a$$

$$\frac{5a}{5} = \frac{15}{5}$$

$$a = 3$$

$$3b + 2b = 2 + 4b - 5$$

$$5b = -3 + 4b$$

$$5b - 4b = -3 + 4b - 4b$$

$$b = -3$$

$$-2(t - 5) = 3(2 - 4t)$$

$$-2 \times t - 2 \times (-5) = 3 \times 2 + 3 \times (-4t)$$

$$-2t + 10 = 6 - 12t$$

$$-2t + 10 - 10 = 6 - 12t - 10$$

$$-2t = -4 - 12t$$

$$-2t + 12t = -4 - 12t + 12t$$

$$\frac{10t}{10} = \frac{-4}{10}$$

$$t = -0{,}4$$

Ex2:

| | |
|---|---|
| choisi un nombre | $x$ |
| Le multiplie par 3. | $3 \times x$ |
| Ajouter 7 au résultat. | $3x+7$ |
| Trouver 58. | $3x+7=58$. |

On résout l'équation $3x+7=58$.

$$3x+7=58$$

$$3x+7-7=58-7$$

$$\frac{3x}{3}=\frac{51}{3}$$

$$x=17$$

Le nombre choisi est 17.

Ex3: choisir un nombre
lui ajouter 2.
multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
ajouter 1 à ce résultat.
écrire le résultat.

a) On choisit $-1$:

$-1$

$-1+2=1$

$1 \times (-1) = -1$

$-1+1=0$

On obtient 0 en choisissant $-1$.

b/ Avec $-6$ :

$-6$

$-6+2=-4$

$-4\times(-6)=24$

$24+1=25$

Pour $x=6$, on trouve 25.

Avec 4 :

$4$

$4+2=6$

$6\times4=24$

$24+1=25.$

Pour $x=4$, on trouve 25.

c/ $x$

$x+2$

$(x+2)\times x$

$(x+2)\times x+1$

$x^2+2x+1$

L'expression obtenue est : $x^2+2x+1$

Statistiques

**Exo 1 :**

a) La population étudiée est un ensemble de 163 collégiens.
Le caractère étudié est le temps (en heure) passé au téléphone en une semaine.
L'effectif total est $34 + 68 + 41 + 15 + 5 = 163$.

b) $\frac{41}{163} \simeq 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. La fréquence de la classe 9 est 25 %.
Cela signifie que 1 collégien sur 4 passe 9 heures au téléphone par semaine.

c) $$\text{moyenne} = \frac{34\times3 + 68\times6 + 41\times9 + 15\times12 + 5\times15}{34 + 68 + 41 + 15 + 5}$$

$$= \frac{102 + 408 + 369 + 180 + 75}{163}$$

$$\simeq 6,95.$$

Les élèves passent en moyenne 6,95 h par semaine au téléphone.

**Exo 2 :** Avec ses 7 premières notes avec une moyenne de 9,5 sur 20, elle a obtenue $7 \times 9,5 = 66,5$ points.

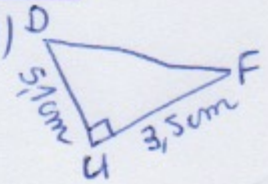
Pour obtenir une moyenne de 10 avec 8 notes elle doit obtenir $8 \times 10 = 80$ points.

$80 - 66,5 = 13,5$.

Elle doit avoir 13,5/20 à son 8ième contrôle

Théorème de Pythagore

**Exo 1 :**

1) 


2) Dans le triangle rectangle DUF, rectangle en U :
d'après le théorème de Pythagore

$$DF^2 = DU^2 + UF^2$$
$$= 5,1^2 + 3,5^2$$
$$= 26,01 + 12,25$$
$$= 38,26.$$

$DF \approx 6,185$ cm

**Exo 2 :**


Dans le triangle JLK rectangle en L
on applique le théorème de Pythagore

$$\begin{aligned} JL^2 &= JK^2 - LK^2 \\ &= 5^2 - 4^2 \\ &= 25 - 16 \\ &= 9 \end{aligned}$$

donc $JL = 3$ cm

**Exo 3 :** 1) Dans le triangle MNK, on a

$NK^2 = 15^2 = 225$ et $MN^2 + MK^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$

donc $NK^2 = MN^2 + MK^2$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore

MNK est rectangle en M

2) Dans le triangle MKL on a

$ML^2 = 20^2 = 400$ et $MK^2 + KL^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$

donc $ML^2 = MK^2 + KL^2$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore

MKL est rectangle en K

3) On a $\left.\begin{array}{l}(MN) \perp (MK) \\ (KL) \perp (MK)\end{array}\right\}$ donc $(MN) \parallel (KL)$

## Aires et Volumes

**Exo 1 :**

$$\text{aire}_{ABC} = \frac{CB \times AB}{2} = \frac{3{,}9 \times 8}{2} = 15{,}6 \text{ cm}^2$$

$$\text{aire}_{FED} = \frac{DE \times \text{hauteur}}{2} = \frac{16 \times 15}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

$$\text{aire}_{MON} = \frac{MN \times HO}{2} = \frac{(2+4{,}3) \times 5{,}2}{2} = 16{,}38 \text{ cm}^2$$

$$\text{aire}_{RTS} = \frac{RT \times TS}{2} = \frac{1{,}6 \times 1{,}2}{2} = 0{,}96 \text{ cm}^2$$

## Exo 2 :

a) $\text{Volume} = \dfrac{\text{aire base} \times \text{hauteur}}{3}$

$= \dfrac{\text{aire}_{ABC} \times 7{,}5}{3}$

$= \dfrac{6 \times 7{,}5}{3} = \underline{15 \text{ cm}^3}$

$\text{aire}_{ABC} = \dfrac{AB \times AC}{2}$

$= \dfrac{4 \times 3}{2} = \underline{6 \text{ cm}^2}$

b) $\text{Volume} = \dfrac{\text{aire} \times \text{base} \times \text{hauteur}}{3}$

$= \dfrac{34 \times 34 \times 21}{3} = \underline{8092 \text{ cm}^3}$

## Exo 3 :

$\text{Volume cylindre} = \text{aire base} \times \text{hauteur}$

$= \pi \times r^2 \times \text{hauteur}$

$= \pi \times 2^2 \times 6$

$= 24\pi \text{ cm}^3$

$\text{Volume cône} = \dfrac{\text{aire base} \times \text{hauteur}}{3}$

$= \dfrac{\pi \times r^2 \times \text{hauteur}}{3}$

$= \dfrac{\pi \times 2^2 \times 4}{3}$

$= \dfrac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$

$\text{Volume solide} = 24\pi + \dfrac{16}{3}\pi$

$= \left(24 + \dfrac{16}{3}\right)\pi$

$= \dfrac{72+16}{3}\pi$

$= \dfrac{88}{3}\pi \text{ cm}^3 \simeq \underline{92{,}1 \text{ cm}^3} = 0{,}092 \text{ dm}^3 = \underline{0{,}092 \text{ L}}$