

Collège Jean Macé  
78 rue Carnot  
92150 SURENES

Corrigé du livret de vacances pour la préparation à la 3<sup>ème</sup>

- Année 2014-2015 -

Rappel important : une évaluation des acquis de 4<sup>ème</sup> en mathématiques est prévue à la rentrée sous la forme d'un contrôle commun faisant suite au travail effectué pendant les vacances.

Bon courage, l'équipe de mathématiques.

**Exercice 1 :**

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes nécessaires.

$$A = -3 \times (-5 + (-8)) - (-9 + 3) : 2 + 4$$

$$A = -3 \times (-13) - (-6) : 2 + 4$$

$$A = -39 + 6 : 2 + 4$$

$$A = -39 + 3 + 4$$

$$A = -39 + 7$$

$$A = -32$$

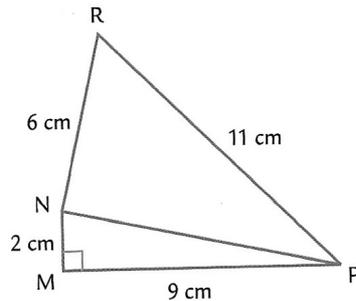
$$B = 14 - [5 - 12 : (-4)] \times (-2)$$

$$B = 14 - [5 + 3] \times (-2)$$

$$B = 14 - 8 \times (-2)$$

$$B = 14 + 16$$

$$B = 30$$

**Exercice 2 :**

1) Calculer l'arrondi de NP au dixième de centimètre près.

2) Le triangle NPR est-il rectangle

1) Dans le triangle NMP rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$NP^2 = NM^2 + MP^2 \text{ d'où } NP^2 = 2^2 + 9^2 = 85$$

$$NP > 0 \text{ donc } NP = \sqrt{85} ; NP = 9,2 \text{ cm}$$

2) Dans le triangle NRP :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{d'une part : } NP^2 + NR^2 = 85 + 6^2 = 121 \\ \text{d'autre part : } RP^2 = 11^2 = 121 \end{array} \right.$$

$$\text{d'où } NP^2 + NR^2 = RP^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle NRP est rectangle en N.

**Exercice 3 :**

Développer puis réduire les expressions suivantes.

1)  $A = 4 + 2(3 - 5x)$

$$A = 4 + 2 \times 3 + 2 \times (-5x)$$

$$A = 4 + 6 - 10x$$

$$A = 10 - 10x$$

2)  $B = 8 + 2x - 2x(3x - 4) + 5x(3 - x)$

$$B = 8 + 2x - 2x \times 3x - 2x \times (-4) + 5x \times 3 + 5x \times (-x)$$

$$B = 8 + 2x - 6x^2 + 8x + 15x - 5x^2$$

$$B = -11x^2 + 25x + 8$$

3)  $C = (x + 5)(2x - 5) - (3x^2 - 7x + 5)$

$$C = x \times 2x + x \times (-5) + 5 \times 2x + 5 \times (-5) - 3x^2 + 7x - 5$$

$$C = 2x^2 - 5x + 10x - 25 - 3x^2 + 7x - 5$$

$$C = -x^2 + 12x - 30$$

4)  $D = 4x^2 - (x + 3)(x - 2) + 2(x - 2)$

$$D = 4x^2 - (x \times x + x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2)) + 2 \times x + 2 \times (-2)$$

$$D = 4x^2 - (x^2 - 2x + 3x - 6 + 2x - 4)$$

$$D = 4x^2 - x^2 + 2x - 3x + 6 + 2x - 4$$

$$D = 3x^2 + x + 2$$

**Exercice 4 :**

Calculer en détaillant les étapes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{array}{llll}
 E = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} : (-9) & F = \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{-5}{2} + 9\right) & G = \frac{1 - \frac{4}{3}}{\frac{14}{9} - 1} & H = \frac{-5}{8} \\
 E = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \left(\frac{-1}{9}\right) & F = \left(\frac{15}{12} - \frac{2}{12}\right) \times \left(\frac{-5}{2} + \frac{18}{2}\right) & G = \left(\frac{3}{3} - \frac{4}{3}\right) : \left(\frac{14}{9} - \frac{9}{9}\right) & H = \frac{-5}{8} : 2 \\
 E = \frac{7}{4} + \frac{1}{12} & F = \frac{13}{12} \times \frac{13}{2} & G = \left(\frac{-1}{3}\right) : \left(\frac{5}{9}\right) & H = \frac{-5}{8} \times \frac{1}{2} \\
 E = \frac{21}{12} + \frac{1}{12} & F = \frac{169}{24} & G = \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{9}{5}\right) & H = \frac{-5}{16} \\
 E = \frac{22}{12} & & G = \frac{-3}{5} & \\
 E = \frac{11}{6} & & & 
 \end{array}$$

**Exercice 5 :**

1) Soit ABC un triangle rectangle en C tel que  $\widehat{CBA} = 24^\circ$  et  $BC = 4,8$  cm. Calculer une valeur approchée au centième près de AB.

2) Soit RST un triangle rectangle en S tel que  $RS = 3,2$  cm et  $RT = 6,4$  cm. Calculer la valeur exacte de l'angle  $\widehat{SRT}$ .

1) Dans le triangle ABC rectangle en C,

$$AB = \frac{CB}{\cos CBA} = \frac{4,8}{\cos 24} \approx 4,38 \text{ cm}$$

2) Dans le triangle RST rectangle en S,

$$\cos \widehat{SRT} = \frac{RS}{RT} = \frac{3,2}{6,4} = \frac{1}{2} \quad \text{d'où } \widehat{SRT} = 60^\circ$$

**Exercice 6 :**

On considère l'égalité

$$4 - (3x + 1) = 3(x + 5)$$

1) L'égalité est-elle vraie pour  $x = -1$  ?

$$\begin{array}{l}
 \text{Pour } x = -1 \text{ on a } 4 - (3 \times (-1) + 1) = 4 - (-3 + 1) = 4 - (-2) = 4 + 2 = 6 \\
 \text{et } 3(-1 + 5) = 3 \times 4 = 12
 \end{array}$$

Or,  $6 \neq 12$  donc l'égalité est fautive pour  $x = -1$ .

2) Quelles sont les valeurs de  $x$  pour lesquelles l'égalité est vraie ?

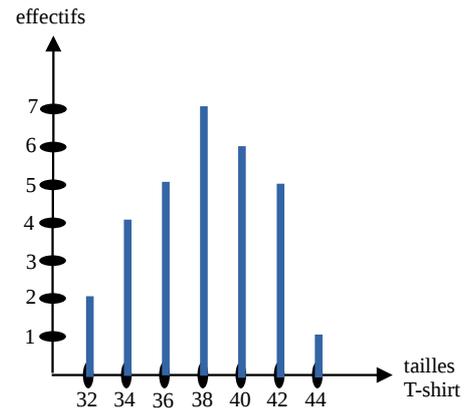
$$\begin{array}{l}
 \text{On résout l'équation} \\
 4 - (3x + 1) = 3(x + 5) \\
 4 - 3x - 1 = 3x + 3 \times 5 \\
 3 - 3x = 3x + 15 \\
 -3x - 3x = 15 - 3 \\
 -6x = 12 \\
 x = \frac{12}{-6} \\
 x = -2
 \end{array}$$

L'égalité est vraie pour  $x = -2$ .

$-2$  est la solution de l'équation.

### Exercice 7 :

On a recueilli les tailles des T-shirts que portent un groupe d'élèves de 3<sup>e</sup> et dressé le diagramme ci-contre.



- 1) Quel est l'effectif total de ce groupe ?
- 2) Quelles est la taille minimale et la taille maximale de ce groupe ?
- 3) Calculer la moyenne  $m$  de cette série.
- 4) Quel est le pourcentage d'élèves à porter au moins du 40 ?

- 1) Soit  $N$  l'effectif total de ce groupe, alors

$$N = 2+4+5+7+6+5+1 = 30$$

- 2) Graphiquement, la taille minimale de ce groupe est la taille 32, et la taille maximale est la taille 44.

- 3) 
$$m = \frac{32 \times 2 + 34 \times 4 + 36 \times 5 + 38 \times 7 + 40 \times 6 + 42 \times 5 + 44 \times 1}{30}$$

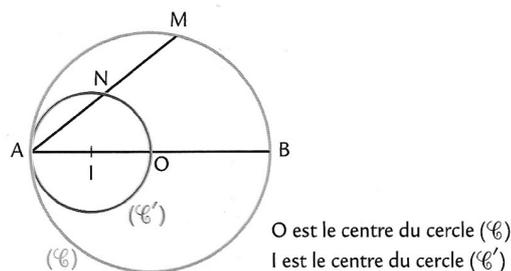
$$m = \frac{1\ 140}{30}$$

$$m = 38$$

- 4) Ce groupe ayant  $6+5+1 = 12$  élèves à porter au moins du 40, leur fréquence est de  $\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$

### Exercice 8 :

A partir des informations portées sur la figure,



- 1) Démontrer que le triangle AMB est rectangle.
  - 2) Démontrer que les droites (AM) et (ON) sont perpendiculaires.
- 1) Le triangle AMB est **inscrit** dans le cercle de **diamètre** [AB] or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle donc le triangle AMB est **rectangle en M**.
  - 2) Le triangle ANO est inscrit dans le cercle de diamètre [AO] or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle. Donc le triangle ANO est rectangle en N.

**Exercice 9 :**

Donner la notation scientifique des nombres suivants **puis** leur écriture décimale.

$$G = \frac{5^5 \times 2^{10}}{2^7 \times 5^2}$$

$$G = \frac{5^5}{5^2} \times \frac{2^7}{2^{10}}$$

$$G = 5^3 \times 2^3$$

$$G = 10^3$$

$$G = 1 \times 10^3 \text{ en écriture scientifique}$$

$$G = 1000 \text{ en écriture décimale}$$

$$H = \frac{2 \times (10^3)^{-2} \times 35 \times 10^3}{5 \times 10^2}$$

$$H = \frac{2 \times 35 \times 10^{-6} \times 10^3}{5 \times 10^2}$$

$$H = \frac{2 \times 7 \times 5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^2}$$

$$H = 14 \times \frac{10^{-3}}{10^2}$$

$$H = 14 \times 10^{-5}$$

$$H = 1,4 \times 10^{-4} \text{ en écriture décimale}$$

$$H = 0,00014 \text{ en écriture décimale}$$

**Exercice 10 :**

Factoriser les expressions suivantes.

1)  $I = 25a - 15$

2)  $J = 16x + 4x^2$

3)  $K = 12t^2 - 2t + 6$

1)  $I = 25a - 15$   
 $I = 5 \times 5a - 5 \times 3$   
 $I = 5 \times (5a - 3)$   
 $I = 5(5a - 3)$

2)  $J = 16x + 4x^2$   
 $J = 4x \times 4 + 4x \times x$   
 $J = 4x \times (4 + x)$   
 $J = 4x(4 + x)$

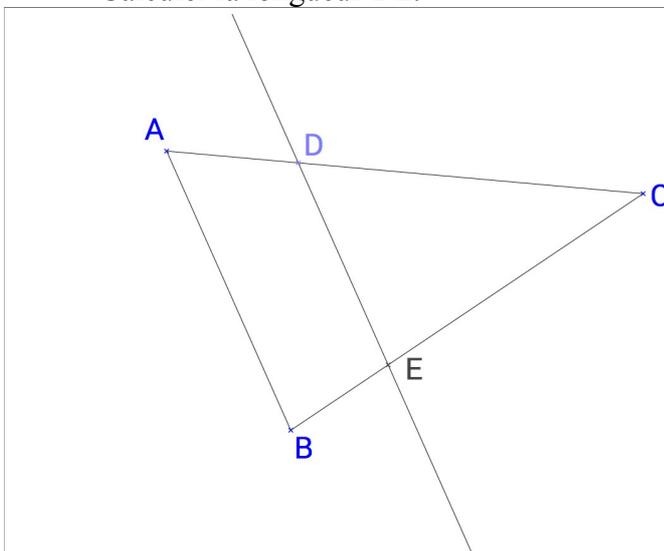
3)  $K = 12t^2 - 2t + 6$   
 $K = 2 \times 6t^2 - 2 \times t + 2 \times 3$   
 $K = 2 \times (6t^2 - t + 3)$   
 $K = 2(6t^2 - t + 3)$

**Exercice 11 :**

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur :

- les droites (AB) et (DE) sont parallèles ;
- $CD = 2,5 \text{ cm}$  ;  $AB = 3,6 \text{ cm}$  et  $CA = 3 \text{ cm}$ .

Calculer la longueur DE.



Dans les triangles CDE et CBA

- les points C, D et A sont alignés.
- les points C, E et B sont alignés
- les droites (DE) et (AB) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès  $\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$ ,

$$\text{d'où } \frac{2,5}{3} = \frac{DE}{3,6}$$

$$\text{donc } DE = \frac{2,5 \times 3,6}{3} = 3 \text{ cm}$$