Collège Jean Macé
78 rue Carnot
92150 SURENES

Corrigé du livret de vacances pour la préparation à la 3ème

- Année 2015-2016 -

Rappel important : une évaluation des acquis de 4ème en mathématiques est prévue à la rentrée sous la forme d'un contrôle commun faisant suite au travail effectué pendant les vacances.

Bon courage, l'équipe de mathématiques.

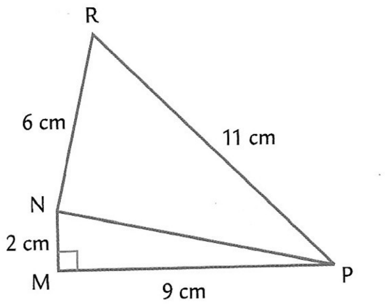
Exercice 1 :

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes nécessaires.

$A=-3\times(-5+(-8))-(-9+3):2+4$
$A=-3\times(-13)-(-6):2+4$
$A=-39+6:2+4$
$A=-39+3+4$
$A=-39+7$
$A=-32$

$B=14-[5-12:(-4)]\times(-2)$
$B=14-[5+3]\times(-2)$
$B=14-8\times(-2)$
$B=14+16$
$B=30$

Exercice 2 :



1) Calculer l'arrondi de NP au dixième de centimètre près.

2) Le triangle NPR est-il rectangle

1) Dans le triangle NMP rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$NP^2 = NM^2 + MP^2$ d'où $NP^2 = 2^2 + 9^2 = 85$
$NP > 0$ donc $NP = \sqrt{85}$; $NP = 9,2$ cm

2) Dans le triangle NRP :
$\begin{cases}\text{d'une part : } NP^2 + NR^2 = 85 + 6^2 = 121\\ \text{d'autre part : } RP^2 = 11^2 = 121\end{cases}$ d'où $NP^2 + NR^2 = RP^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle NRP est rectangle en N.

Exercice 3 :

Développer puis réduire les expressions suivantes.

1) A = $4+2(3-5x)$
A = $4+2\times3+2\times(-5x)$
A = $4+6-10x$
A = $10-10x$

2) B = $8+2x-2x(3x-4)+5x(3-x)$
B = $8+2x-2x\times3x-2x\times(-4)+5x\times3+5x\times(-x)$
B = $8+2x-6x^2+8x+15x-5x^2$
B = $-11x^2+25x+8$

3) C = $(x+5)(2x-5)-(3x^2-7x+5)$
C = $x\times2x+x\times(-5)+5\times2x+5\times(-5)-3x^2+7x-5$
C = $2x^2-5x+10x-25-3x^2+7x-5$
C = $-x^2+12x-30$

4) D = $4x^2-(x+3)(x-2)+2(x-2)$
D = $4x^2-(x\times x+x\times(-2)+3\times x+3\times(-2))+2\times x+2\times(-2)$
D = $4x^2-(x^2-2x+3x-6+2x-4)$
D = $4x^2-x^2+2x-3x+6+2x-4$
D = $3x^2+x+2$

<u>Exercice 4</u> :

Calculer en détaillant les étapes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$E=\frac{7}{4}-\frac{3}{4}:(-9)$$
$$E=\frac{7}{4}-\frac{3}{4}\times\left(\frac{-1}{9}\right)$$
$$E=\frac{7}{4}+\frac{1}{12}$$
$$E=\frac{21}{12}+\frac{1}{12}$$
$$E=\frac{22}{12}$$
$$E=\frac{11}{6}$$

$$F=\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{-5}{2}+9\right)$$
$$F=\left(\frac{15}{12}-\frac{2}{12}\right)\times\left(\frac{-5}{2}+\frac{18}{2}\right)$$
$$F=\frac{13}{12}\times\frac{13}{2}$$
$$F=\frac{169}{24}$$

$$G=\frac{1-\frac{4}{3}}{\frac{14}{9}-1}$$
$$G=\left(\frac{3}{3}-\frac{4}{3}\right):\left(\frac{14}{9}-\frac{9}{9}\right)$$
$$G=\left(\frac{-1}{3}\right):\left(\frac{5}{9}\right)$$
$$G=\left(\frac{-1}{3}\right)\times\left(\frac{9}{5}\right)$$
$$G=\frac{-3}{5}$$

$$H=\frac{\frac{-5}{8}}{2}$$
$$H=\frac{-5}{8}:2$$
$$H=\frac{-5}{8}\times\frac{1}{2}$$
$$H=\frac{-5}{16}$$

<u>Exercice 5</u> :

1) Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $\widehat{CBA}=24°$ et BC = 4,8 cm.
Calculer une valeur approchée au centième près de AB.

2) Soit RST un triangle rectangle en S tel que RS = 3,2 cm et RT = 6,4 cm.
Calculer la valeur exacte de l'angle $\widehat{SRT}$.

1) Dans le triangle ABC rectangle en C,

$$AB=\frac{CB}{\cos CBA}=\frac{4{,}8}{\cos 24}\approx 4{,}38\,\text{cm}$$

.

2) Dans le triangle RST rectangle en S ,

$\cos\widehat{SRT}=\frac{RS}{RT}=\frac{3{,}2}{6{,}4}=\frac{1}{2}$ d'où $\widehat{SRT}=60°$.

<u>Exercice 6</u> :

On considère l'égalité $4-(3x+1)=3(x+5)$

1) L'égalité est-elle vraie pour $\boxed{x}=\boxed{-1}$?
   Pour $x=-1$ on a $4-(3\times(-1)+1)=4-(-3+1)=4-(-2)=4+2=6$
   et $3(-1+5)=3\times 4=12$
   Or, $6\neq 12$ donc l'égalité est fausse pour $x=-1$.

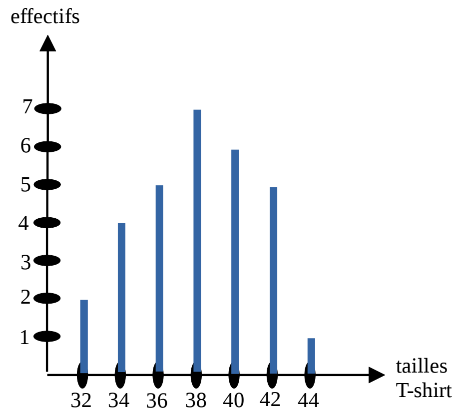
2) Quelles sont les valeurs de $\boxed{x}$ pour lesquelles l'égalité est vraie ?
   On résout l'équation

$$4-(3x+1)=3(x+5)$$
$$4-3x-1=3\times x+3\times 5$$
$$3-3x=3x+15$$
$$-3x-3x=15-3$$
$$-6x=12$$
$$x=\frac{12}{-6}$$
$$x=-2$$

L'égalité est vraie pour $x=-2$.
$\boxed{-2}$ est la solution de l'équation.

Exercice 7 :

On a recueilli les tailles des T-shirts que portent un groupe d'élèves de 3[e] et dressé le diagramme ci-contre.



1) Quel est l'effectif total de ce groupe ?

2) Quelles est la taille minimale et la taille maximale de ce groupe ?

3) Calculer la moyenne m de cette série.

4) Quel est le pourcentage d'élèves à porter au moins du 40 ?

1) Soit N l'effectif total de ce groupe, alors
$$N = 2+4+5+7+6+5+1 = 30$$

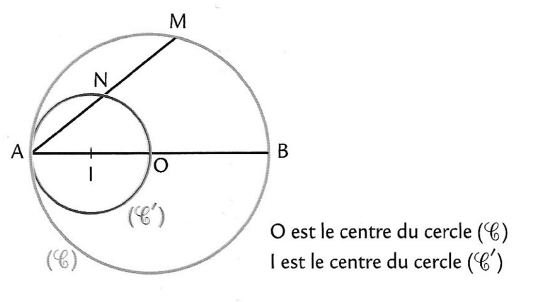
2) Graphiquement, la taille minimale de ce groupe est la taille 32, et la taille maximale est la taille 44.

3)
$$m = \frac{32\times 2+34\times 4+36\times 5+38\times 7+40\times 6+42\times 5+44\times 1}{30}$$
$$m = \frac{1\ 140}{30}$$
$$m = 38$$

4) Ce groupe ayant $6+5+1 = 12$ élèves à porter au moins du 40, leur fréquece est de $\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$

Exercice 8 :

A partir des informations portées sur la figure,



1) Démontrer que le triangle AMB est rectangle.
2) Démontrer que les droites (AM) et (ON) sont perpendiculaires.

1) Le triangle AMB est **inscrit** dans le cercle de **diamètre** [AB] or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle
donc le triangle AMB est **rectangle en M.**

2) Le triangle ANO est inscrit dans le cercle de diamètre [AO] or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle.
Donc le triangle ANO est rectangle en N.

Exercice 9 :

Donner la notation scientifique des nombres suivants **puis** leur écriture décimale.

$$G=\frac{5^5 \times 2^{10}}{2^7 \times 5^2}$$
$$G=\frac{5^5}{5^2} \times \frac{2^7}{2^{10}}$$
$$G=5^3 \times 2^3$$
$$G=10^3$$
$$G=1 \times 10^3 \quad \textit{en écriture scientifique}$$
$$G=1000 \quad \textit{en écriture décimale}$$

$$H=\frac{2 \times \left(10^3\right)^{-2} \times 35 \times 10^3}{5 \times 10^2}$$
$$H=\frac{2 \times 35 \times 10^{-6} \times 10^3}{5 \times 10^2}$$
$$H=\frac{2 \times 7 \times 5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^2}$$
$$H=14 \times \frac{10^{-3}}{10^2}$$
$$H=14 \times 10^{-5}$$
$$H=1{,}4 \times 10^{-4} \quad \textit{en écriture décimale}$$
$$H=0{,}00014 \quad \textit{en écriture décimale}$$

Exercice 10 :

Factoriser les expressions suivantes.

1) $I = 25a - 15$
2) $J = 16x + 4x^2$
3) $K = 12t^2 - 2t + 6$

1)
$$I=25a-15$$
$$I=5 \times 5a-5 \times 3$$
$$I=5 \times (5a-3)$$
$$I=5(5a-3)$$

2)
$$J=16x+4x^2$$
$$J=4x \times 4+4x \times x$$
$$J=4x \times (4+x)$$
$$J=4x(4+x)$$

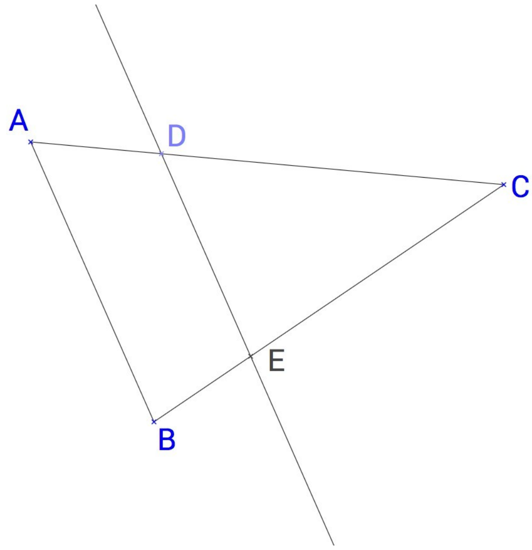
3)
$$K=12t^2-2t+6$$
$$K=2 \times 6t^2-2 \times t+2 \times 3$$
$$K=2 \times (6t^2-t+3)$$
$$K=2(6t^2-t+3)$$

Exercice 11 :

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur :

- les droites (AB) et (DE) sont parallèles ; - CD = 2,5 cm ; AB = 3,6 cm et CA = 3 cm.

Calculer la longueur DE.



Dans les triangles CDE et CBA
- les points C, D et A sont alignés.
- les points C, E et B sont alignés
- les droites (DE) et (AB) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès $\frac{\text{CD}}{\text{CA}}=\frac{\text{DE}}{\text{AB}}$,

d'où $\frac{2{,}5}{3}=\frac{\text{DE}}{3{,}6}$

donc $\text{DE}=\frac{2{,}5 \times 3{,}6}{3}=3\,\text{cm}$