Partie 1 : CALCULS NUMÉRIQUE ET LITTÉRAL

Exercice 1 :

Parmi les fractions suivantes : $\frac{14}{21}; \frac{9}{21}; \frac{9}{14}; \frac{24}{56}$

1) Quelles sont celles que l'on peut simplifier ? Pourquoi ?
2) Lesquelles sont supérieures à $\frac{1}{2}$?

1) $\frac{14}{21} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{2}{3}$
$\frac{9}{21} = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{3}{7}$
$\frac{24}{56} = \frac{3 \times 8}{7 \times 8} = \frac{3}{7}$
Les fractions $\frac{14}{21}; \frac{9}{21}; \frac{24}{56}$ peuvent être simplifiées.
2) $\frac{14}{21} > \frac{10,5}{21} = \frac{1}{2}$
$\frac{9}{21} < \frac{10,5}{21} = \frac{1}{2}$
$\frac{9}{14} > \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$
$\frac{24}{56} < \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$
Les fractions $\frac{14}{21}; \frac{9}{14}$ sont supérieures à $\frac{1}{2}$

Exercice 2 :

1) Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :
   a) $A = \frac{15}{2} \times \frac{-4}{3}$ b) $B = \frac{15}{2} - \frac{4}{3}$
2) Calculer :
   a) le double du carré de (-3) b) le carré du double de (-3)
3) Calculer astucieusement :
   a) $\frac{5}{0,2}$ b) $\frac{3}{0,5}$
4) Calculer :
   a) $(2 \times 10^4)^2$ b) $(-3 \times 10^{-2})^2$
5) Calculer :
   a) $\sqrt{8^2 + 6^2}$ b) $\sqrt{5^2 - 3^2}$

1) a) $A = \frac{15}{2} \times \frac{-4}{3} = \frac{15 \times (-4)}{2 \times 3} = \frac{-60}{6} = -10$
   b) $B = \frac{15}{2} - \frac{4}{3} = \frac{15 \times 3}{2 \times 3} - \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{45}{6} - \frac{8}{6} = \frac{45 - 8}{6} = \frac{37}{6}$
2) a) Le double du carré de (-3) est $2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$
   b) Le carré du double de (-3) est $[2 \times (-3)]^2 = (-6)^2 = 36$
3) a) $\frac{5}{0,2} = \frac{5}{5^{-1}} = 5 \times 5 = 25$
   b) $\frac{3}{0,5} = \frac{3}{2^{-1}} = 3 \times 2 = 6$
4) a) $(2 \times 10^4)^2 = 2^2 \times (10^4)^2 = 2^2 \times 10^{4 \times 2} = 4 \times 10^8$
   b) $(-3 \times 10^{-2})^2 = (-3)^2 \times (10^{-2})^2 = (-3)^2 \times 10^{-2 \times 2} = 9 \times 10^{-4}$
5) a) $\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$
   b) $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

Exercice 3 :

Calculer :

1) $2x^2$ pour $x = 4$ et $x = -3$ 2) $(6x+1)$ pour $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = \dfrac{-1}{5}$ 3) x^2 pour $x = 2\sqrt{3}$ et $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

1) Pour $x = 4$, on a $2x^2 = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Pour $x = -3$, on a $2x^2 = 2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$

2) Pour $x = \dfrac{1}{2}$, on a $(6x+1) = 6 \times \dfrac{1}{2} + 1 = 6 \times 0,5 + 1 = 3 + 1 = 4$

Pour $x = \dfrac{-1}{5}$, on a $(6x+1) = 6 \times \dfrac{-1}{5} + 1 = 6 \times (-0,2) + 1 = -1,2 + 1 = -0,2$

3) Pour $x = 2\sqrt{3}$, on a $x^2 = (2\sqrt{3})^2 = 2^2 \times (\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$

Pour $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, on a $x^2 = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{(\sqrt{2})^2}{2^2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} = 0,5$

Exercice 4 :

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux nombres entiers (b le plus petit possible) :

1) $A = \sqrt{45} - \sqrt{5}$ 2) $B = 13\sqrt{2} + 4\sqrt{50}$ 3) $C = \sqrt{\dfrac{6}{16}} \times \dfrac{8}{\sqrt{2}}$

1) $A = \sqrt{45} - \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} - \sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = (3-1)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

2) $B = 13\sqrt{2} + 4\sqrt{50} = 13\sqrt{2} + 4\sqrt{25 \times 2} = 13\sqrt{2} + 4\sqrt{25} \times \sqrt{2} = 13\sqrt{2} + 4 \times 5\sqrt{2} = 13\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 33\sqrt{2}$

3) $C = \sqrt{\dfrac{6}{16}} \times \dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{16}} \times \dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{4} \times \dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{3 \times 2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$

Exercice 5 :

1) Développer, réduire et ordonner les expressions littérales suivantes :

a) $(4x-1)(4x+1)$ b) $(3+2x)^2$ c) $3a(5-2a)$ d) $(y+2)(5y-3)$

2) Application : calculer astucieusement :

a) 19×21 b) 39^2 c) 103^2 d) $99^2 - 98^2$

3) Calculer $(1-\sqrt{2})^2$ puis $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$

1) a) $(4x-1)(4x+1) = (4x)^2 - 1^2 = (4x) \times (4x) - 1^2 = 4^2 \times x^2 - 1^2 = 16x^2 - 1$

b) $(3+2x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2 = (2x) \times (2x) + 2 \times 3 \times 2x + 3^2 = 2^2 \times x^2 + 12x + 9 = 4x^2 + 12x + 9$

c) $3a(5-2a) = 3a \times 5 + 3a \times (-2a) = 3a \times 5 - 3a \times 2a = -3 \times 2 \times a \times a + 3a \times 5 = -6a^2 + 15a$

d) $(y+2)(5y-3) = y \times 5y - y \times 3 + 2 \times 5y - 2 \times 3 = 5y^2 - 3y + 10y - 6 = 5y^2 + 7y - 6$

2) a) $19 \times 21 = (20-1) \times (20+1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$

b) $39^2 = (40-1)^2 = 40^2 - 2 \times 40 \times 1 + 1^2 = 1\,600 - 80 + 1 = 1\,521$

c) $103^2 = (100+3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10\,000 + 600 + 9 = 10\,609$

d) $99^2 - 98^2 = (99-98) \times (99+98) = 1 \times 197 = 197$

3) a) $(1-\sqrt{2})^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$

b) $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2) = (\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3 - 4 = -1$

Exercice 6 :

Factoriser au maximum les expressions littérales suivantes :

1) $4x^2 - 25$ 2) $6x + 9x^2 + 1$ 3) $3a^2 - 5a$

4) $y^3 - y$ 5) $(x+1)^2 + 4(x+1)$

1) $4x^2 - 25 = 2^2 \times x^2 - 5^2 = (2x) \times (2x) - 5^2 = (2x)^2 - 5^2 = (2x-5)(2x+5)$

2) $6x + 9x^2 + 1 = 9x^2 + 6x + 1 = 3^2 \times x^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x+1)^2$

3) $3a^2 - 5a = 3a \times a - 5 \times a = (3a-5)a$

4) $y^3 - y = y^2 \times y - 1 \times y = (y^2 - 1) \times y = (y^2 - 1^2) \times y = (y-1)(y+1)y$

5) $(x+1)^2 + 4(x+1) = (x+1) \times (x+1) + 4 \times (x+1) = (x+1+4) \times (x+1) = (x+5)(x+1)$

Exercice 7 :

1) Donner les solutions, si elles existent, des équations suivantes :

a) $3x = 15$ b) $3 - x = 15$ c) $3x = 0$

d) $\frac{1}{3}x + 7 = 0$ e) $x^2 + 5x = 0$ f) $(2x-1)(x+4) = 0$

2) -2 est-il solution de l'équation $x^2 - 3x - 2 = 0$? Justifier la réponse.

3) On considère un nombre x tel que $x \leqslant 3$

a) Que peut-on dire de $(2x - 7)$? b) Que peut-on dire de $(-3x + 4)$?

1) a) $3x = 15$

$x = \frac{15}{3} = 5$

L'équation $3x = 15$ a donc pour unique solution 5

b) $3 - x = 15$

$-x = 15 - 3 = 12$

$x = -12$

L'équation $3 - x = 15$ a donc pour unique solution -12

c) $3x = 0$

$x = \frac{0}{3} = 0$

L'équation $3x = 0$ a donc pour unique solution 0

d) $\frac{1}{3}x + 7 = 0$

$\frac{1}{3}x = -7$

$x = -7 \times 3 = -21$

L'équation $\frac{1}{3}x + 7 = 0$ a donc pour unique solution -21

e) $x^2 + 5x = 0$

$x \times x + 5 \times x = 0$

$(x + 5)x = 0$

$x + 5 = 0$ ou $x = 0$

$x = -5$ ou $x = 0$

L'équation $x^2 + 5x = 0$ a donc pour solutions -5 et 0

f) $(2x - 1)(x + 4) = 0$

$2x - 1 = 0$ ou $x + 4 = 0$

$2x = 1$ ou $x = -4$

$x = \frac{1}{2} = 0,5$ ou $x = -4$

L'équation $(2x - 1)(x + 4) = 0$ a donc pour solutions -4 et $0,5$

2) $(-2)^2 - 3 \times (-2) - 2 = (-2) \times (-2) - (-6) - 2 = 4 + 6 - 2 = 8 \neq 0$

-2 n'est donc pas solution de l'équation $x^2 - 3x - 2 = 0$

3) a) $x \leqslant 3$

$2x \leqslant 6$

$(2x - 7) \leqslant -1$

Si $x \leqslant 3$, alors $(2x - 7) \leqslant -1$

b) $x \leqslant 3$

$-x \geqslant -3$

$-3x \geqslant -9$

$(-3x + 4) \geqslant -5$

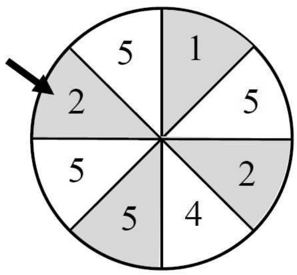
Si $x \leqslant 3$, alors $(-3x + 4) \geqslant -5$

Exercice 8 : Questionnaire à Choix Multiples

- Il n'y a qu'une unique bonne réponse proposée à chaque ligne.
- Recopier la lettre correspondant à votre réponse dans la dernière colonne.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_1	Le triangle MNP est rectangle en P. On a ...	$MN^2 + PN^2 = MP^2$	$\boxed{MN^2 = PM^2 + PN^2}$	$MN^2 + PM^2 = PN^2$	**B**
Q_2	IJK est un triangle rectangle en I avec IJ = 4 cm et JK = 6 cm. Le côté [IK] mesure ...	$\boxed{2\sqrt{5}\text{ cm}}$	2 cm	$2\sqrt{13}$ cm	**A**
Q_3	On augmente 720 de 15%. On calcule ...	$0,15 \times 720$	$\boxed{1,15 \times 720}$	$1,15 + 720$	**B**
Q_4	On prend 20% de 360. On obtient alors ...	$\boxed{72}$	288	432	**A**
Q_5	On diminue 420 de 32%. On obtient alors ...	$134,4$	$\boxed{285,6}$	$554,4$	**B**

- On fait tourner la roue de loterie représentée ci-contre.
- La roue est partagée en secteurs de même aire.
- Une fois lancée, la roue s'arrête de façon aléatoire sur un secteur unique indiqué par la flèche noire.
- À la fin du lancer, on relève le numéro marqué sur le secteur indiqué par la flèche noire.



	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_6	La probabilité d'obtenir le numéro 4 est ...	$\frac{1}{7}$	$\boxed{\frac{1}{8}}$	$\frac{4}{8}$	**B**
Q_7	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre pair est ...	$\boxed{\frac{3}{8}}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{8}$	**A**
Q_8	La probabilité d'obtenir le numéro 6 est ...	$\boxed{0\%}$	6%	100%	**A**
Q_9	La probabilité de ne pas obtenir le numéro 3 est ...	0	$0,8$	$\boxed{1}$	**C**
Q_{10}	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre inférieur ou égal à 4 est ...	$\boxed{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	**A**

Ressources Euler

Afin d'approfondir vos connaissances, vous pouvez vous rendre sur le site :

https ://euler.ac-versailles.fr/

et saisir l'une des compétences suivantes dans la rubrique :

Recherche de ressources

395 : Développer une expression algébrique en utilisant une identité remarquable à coefficients entiers
168 : Développer une expression de la forme $a(bx + c)$ où a, b et c sont trois entiers relatifs
492 : Développer une expression algébrique à coefficients entiers
4049 : Développer des expressions algébriques en utilisant une identité remarquable (temps limité)
3649 : Développer une expression algébrique en utilisant une identité remarquable à coefficients écrits à l'aide de radicaux
158 : Factoriser une expression algébrique à coefficients entiers
391 : Factoriser une expression algébrique dont les coefficients sont entiers à l'aide d'une identité remarquable
2152 : Factoriser une expression de la forme $A(x) = a(x^2 + bx)$
4050 : Factoriser des expressions algébriques en utilisant une identité remarquable (temps limité)
579 : Résoudre une équation du premier degré de la forme $ax + b = cx + d$ où a, b, c et d sont quatre entiers relatifs
569 : Résoudre une équation de la forme $P(x) = 0$ où $P(x)$ est un produit de facteurs du premier degré
831 : Énoncer le théorème de Pythagore dans un triangle rectangle connaissant le sommet associé à son angle droit
51 : Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle
3847 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction associée à une évolution donnée en pourcentage
3848 : Déterminer le pourcentage d'évolution d'une grandeur connaissant l'expression algébrique de la fonction associée à cette dernière
2313 : Calculer la probabilité qu'une roue de loterie s'arrête sur un secteur associé à un nombre donné
3707 : Donner l'écriture entière ou sous forme de fraction irréductible de nombres en écriture fractionnaire
4203 : Comparer deux nombres positifs en écriture fractionnaire
2138 : Déterminer l'écriture entière ou une écriture fractionnaire de la somme, de la différence, du produit et du quotient de deux nombres donnés en écriture fractionnaire
2140 : Déterminer l'écriture entière ou une écriture fractionnaire de différentes sommes ou différences de deux nombres donnés en écriture fractionnaire
1800 : Déterminer un nombre défini par une phrase